

## Prijenos topline\*

### OSNOVNE JEDNADŽBE ZA PRIJENOS TOPLINE

**Kondukcija:**

$$\frac{q}{A} = k \left( \frac{dT}{dx} \right) \quad (1)$$

**Konvekcija:**

$$q = h_{\text{avg}} A_s (T_s - T_f) \quad (2)$$

**Radijacija:**

$$\frac{q}{A} = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\text{sur}}^4) \quad (3)$$

### PRIJENOS TOPLINE U IZMJENJIVAČU TOPLINE TIPA CIJEV-PLAŠT

**Toplinska dužnost izmjenjivača topline:**

$$q = \dot{m} C_{p,\text{avg}} (T_o - T_i) \quad (4)$$

Za proračun izmjenjivača topline jedn. (2) često se piše u sljedećem obliku:

$$q = UA_s \Delta T \quad (5)$$

pri čemu se  $U$  računa iz sljedeće jednadžbe:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_i (D_i/D_o)} + \frac{1}{h_w} + \frac{1}{h_s} \quad (6)$$

Za proračun  $h_i$  i  $h_o$ , postoje razne jednadžbe<sup>4</sup> čiji oblik ovisi o Reynoldsovoj značajki i činjenici javlja li se samo prijenos topline bez pojave isparavanja i kondenzacije.

Tako npr. za prijenos topline s tekućina pod prisilnom konvekcijom pri potpuno turbulentnom strujanju unutar cijevi postoji dobro definiran odnos koji uključuje Nusseltovu, Reynoldsovu i Prandtlovu značajku:

$$\frac{h_i D_i}{k} = 0,023 \left( \frac{D_i \dot{m}}{\mu} \right)^{0,8} \left( \frac{c_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0,14} \quad (7)$$

Uz pretpostavku da se član  $(\mu/\mu_w)$  može zanemariti, jednadžba se preuređuje kako je navedeno u lit.<sup>1,2</sup> da bi se olakšala procjena utjecaja svojstava tekućine (i sustava) na  $h_i$  (pretpostavljajući samo prijenos topline, potpunu turbulenciju i strujanje tekućine unutar cijevi):

$$h_i = 0,023 \frac{\dot{m}^{0,8} k^{2/3} c_p^{1/3}}{D_i^{0,2} \mu^{0,47}} \quad (8)$$

Za prijenos topline s tekućina pod prisilnom konvekcijom na rubove cijevi (dakle, koje struje izvan cijevi) postoji sljedeća relacija:<sup>3</sup>

$$\frac{h}{c \dot{m}} = \frac{a}{\left( \frac{c \mu}{k} \right)^{2/3} \left( \frac{D_o \dot{m}}{\mu} \right)^m \left( \frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0,14}} \quad (9)$$

U ovoj jednadžbi vrijednosti  $a$  i  $m$  dane su u tablici:

Oblik cijevi	Reynoldsova značajka	$m$	$a$
staggered	> 200 000	0,300	0,166
staggered	300 – 200 000	0,365	0,273
staggered	< 300	0,640	1,309
inline	> 200 000	0,300	0,124
inline	300 – 200 000	0,349	0,211
inline	< 300	0,569	0,742

Za jednostavni protustrujni izmjenjivač topline, odgovarajuća temperatura (logaritamska srednja razlika temperature,  $\Delta T_{\text{LM}}$ ), računa se na sljedeći način:

$$\Delta T_{\text{LM}} = \frac{(T_h - T_h) - (T_c - t_c)}{\ln \frac{T_h - T_h}{T_c - t_c}} \quad (10)$$

### Bilanca topline izmjenjivača

Ako se zanemari izmjena topline s okolnim zrakom, vrijedi sljedeća relacija:

$$\dot{m} T_h (H_{\text{ha}} - H_{\text{hb}}) = \dot{m} T_c (H_{\text{cb}} - H_{\text{ca}}) = q \quad (11)$$

\* Prijevod: R. Marshall, Facts at Your Fingerprints – Heat Transfer, Chem. Eng., <http://www.chemengonline.com/facts-at-your-fingertips-heat-transfer/>

## GRIJANJE

Za grijanje mase tekućine s temperature  $T_1$  na  $T_2$ , putem urovnjene zavojnice površine  $A$  i izoternog medija za zagrijavanje temperature  $T$  vrijedi sljedeća relacija:

$$\ln \frac{T - T_1}{T - T_2} = \frac{UA}{cm} \theta \quad (12)$$

## STACIONARNI TOK TOPLINE KONDUKCIJOM

Za kondukciju kroz homogenu ravnu stijenku debljine  $x$  i konstante (ili srednje) toplinske vodljivosti  $k$ , vrijedi:

$$\frac{q}{A} = k \frac{\Delta T}{x} \quad (13)$$

pri čemu je  $\Delta T$  razlika temperature duž stijenke.

Za kondukciju kroz troslojnu stijenku (npr. zid s toplinskom izolacijom s obje strane), čije su debljine  $x_1$ ,  $x_2$  i  $x_3$  te toplinske vodljivosti  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$ :

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{x_1}{k_1 A} + \frac{x_2}{k_2 A} + \frac{x_3}{k_3 A}} \quad (14)$$

pri čemu je  $\Delta T$  ukupna razlika temperature duž sva tri sloja.

Za kondukciju kroz stijenku cilindričnog oblika duljine  $L$ , čiji su unutarnji i vanjski radijusi  $r_{\text{inner}}$  and  $r_{\text{outer}}$ , a unutarnja i vanjska stijenka na temperaturama  $T_{s,\text{inner}}$  i  $T_{s,\text{outer}}$

$$q = \frac{k(2\pi L)(T_{s,\text{inner}} - T_{s,\text{outer}})}{\ln \frac{r_{\text{outer}}}{r_{\text{inner}}}} \quad (15)$$

## Literatura

1. G. E. Guffey, Sizing Up Heat Transfer Fluids and Heaters, Chem. Eng. **104** (1997) 126-131.
2. W. McCabe, J. Smith, P. Harriott, Unit Operations of Chemical Engineering, 7. izd., McGraw-Hill, 2004.
3. N. P. Chohey (ur.), Handbook of Chemical Engineering Calculations, 3. izd., McGraw-Hill, 2003.
4. C. T. Polley, Put Fouling in Its Place, Chem. Eng. **109** (2002) 46-49
5. F. P. Incropera, D. P. DeWitt, Introduction to Heat Transfer, 4. izd., Wiley, 2001.
6. A. E. Jones, Thermal Design of the Shell-and-Tube, Chem. Eng. **109** (2002) 60-65.

## Simboli i kratice

$A$	– površina poprečnog presjeka okomitog na toplinski tok – cross-sectional area perpendicular to the flow of heat
$a, m$	– parametri u jedn. 9 – parameter in Eq. 9
$A_s$	– površina prijenosa topline – surface area
$c, C_p$	– specifični toplinski kapacitet; specifič. topl. kapac. pri stalnom tlaku – specific heat capacity; specific heat capacity at constant pressure
$C_{p,\text{avg}}$	– specifič. toplinski kapacitet za srednju temperaturu tekućine – specific heat capacity at average fluid temperature
$D_i$	– unutarnji promjer cijevi izmjenjivača topline – inner diameter of heat-exchanger tube
$D_o$	– vanjski promjer cijevi izmjenjivača topline – outer diameter of heat-exchanger tube
$H_{c,\text{av}}$	– specifična entalpija hladne i tople tekućine na ulazu
$H_{h,\text{av}}$	– specific enthalpy of entering cold and warm fluid
$H_{c,b}$	– specifična entalpija hladne i tople tekućine na izlazu
$H_{h,b}$	– specific enthalpy of exiting cold and hot fluid
$h_{\text{avg}}$	– srednji koeficijent prijenosa topline konvekcijom – average convection coefficient
$h_i$	– koeficijent konvekcije za unutarnju stijenku – convection coefficient for inner tube wall
$h_o$	– koeficijent konvekcije za vanjsku stijenku – convection coefficient for outer tube wall
$h_s$	– koeficijent prijenosa topline naslaga – fouling heat-transfer coefficient
$h_w$	– radijalni koeficijent prijenosa topline kroz stijenku cijevi – coefficient of heat-transfer radially through tube wall
$k$	– toplinska provodnost – thermal conductivity
$L$	– duljina – length
$m$	– masa tekućine – weight of batch
$\dot{m}$	– maseni protok tekućine – mass flowrate of fluid
$\dot{m}_c$	– maseni protok hladne tekućine – mass flowrate of cold fluid
$\dot{m}_h$	– maseni protok tople tekućine – mass flowrate of hot fluid

$q$	– toplinski tok – rate of heat flow
$T$	– temperatura – temperature
$T_c$	– izlazna temperatura toka koji se hladi u izmjenjivaču topline – the exit temperature for the stream being cooled
$T_f$	– temperatura tekućine – temperature of fluid
$T_h$	– ulazna temperatura toka koji se hladi u izmjenjivaču topline – the inlet temperature for the stream being cooled
$T_i$	– ulazna temperatura – inlet temperature
$T_o$	– izlazna temperatura – outlet temperature
$T_s$	– temperatura površine – temperature of surface
$T_{\text{sur}}$	– temperatura okoline – temperature of surroundings
$t_c$	– izlazna temperatura toka koji se grije u izmjenjivaču topline – inlet temperature for the stream being heated
$t_h$	– ulazna temperatura toka koji se grije u izmjenjivaču topline – outlet temperature for the stream being heated
$\Delta T_{\text{LM}}$	– logaritamska srednja razlika temperatura – log mean temperature difference
$\Delta T/dx$	– temperaturni gradijent toplinskog toka kondukcijom – temperature gradient during conductive heat flow
$U$	– ukupni koeficijent prijenosa topline – overall heat transfer coefficient
$x$	– debljina stijenke kod kondukcije – distance the heat flows during conduction
$\epsilon$	– faktor emisije – emissivity factor
$\mu$	– viskoznost pri temperaturi tekućine – viscosity at bulk fluid temperature
$\mu_w$	– viskoznost pri temperaturi stijenke cijevi – viscosity at tube-wall temperature
$\sigma$	– Stefan-Boltzmannova konstanta – Stefan-Boltzmann constant
$\theta$	– vrijeme potrebno za zagrijavanje mase – time required for batch heating